

TP : simulations et probabilités

Des outils comme LibreOfficeCalc (ou un algorithme) permettent de simuler des expériences aléatoires répétées de nombreuses fois (par exemple : simulation de 10000 lancers de dés).

Premier problème

Supposons que l'on lance une pièce équilibrée (une chance sur deux d'avoir « pile » et une chance sur deux d'avoir « face ») trois fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux « pile » sur ces trois lancers ?

Étape 1 : simulation

Nous allons simuler un certain nombre de répétitions de cette expérience (disons 1000 fois) pour avoir une idée de la réponse au problème.

Nous allons pour cela utiliser le tableur LibreOffice Calc (ou Excel).

Au hasard...

Emplacement	Contenu
Cellule A1	cliquez sur le bouton $f(x)$ choisissez la fonction ALEA.ENTRE.BORNES cliquez sur Suivant >> dans Minimum, tapez 0 dans Maximum, tapez 1 cliquez sur Terminer (on pouvait aussi taper =alea.entre.bornes(0;1))

Observez le nombre obtenu puis utilisez la combinaison de touches Ctrl Maj F9 (en même temps) ou F9 sur Excel pour ré-afficher la page.

Que se passe-t-il ?

Simulons maintenant !

Nous allons considérer qu'un « pile » est représenté par un 1 et un « face » par un 0.

Effacez le contenu de la cellule A1, reproduisez et complétez le tableau suivant (attention : les 0 et les 1 sont aléatoires) :

	A	B	C	D	E
1	Expérience n°	1er lancer	2ème lancer	3ème lancer	Nombre de piles
2		1	0	0	0
3		2	0	0	0
4		3	0	1	1
5		4	1	0	0
6		5	0	1	1
7		6	0	1	0
8		7	1	0	1
		-	-	-	-

Regroupez maintenant ces résultats sous forme d'un tableau d'effectifs :

G	H	I	J	K
Nombre de piles	0	1	2	3
Effectifs	134	366	384	116

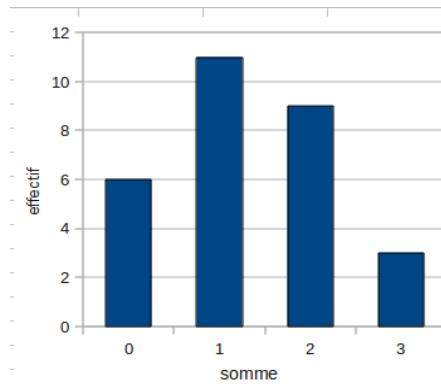
(bien sûr les valeurs ci-dessus ne sont pas celles que vous obtiendrez ici).

Indication : NB.SI(...)

Un graphique !

Sélectionnez les cellules H1 à K2. Dans le menu, choisissez Insertion – Diagramme.

Voici le type de diagramme que vous devez obtenir (je vous laisse chercher comment faire...) :



Renouvez les tirages avec Ctrl Maj F9 et observez le graphique.

Revenons au problème posé : on s'intéresse aux sommes égales à 2.



Relevez sur votre cahier la valeur apparaissant dans la cellule J2.
Appuyez sur Ctrl Maj F9 et notez le nouveau résultat.
Recommencez jusqu'à obtenir 30 réponses (vous pouvez les regrouper dans un tableau résultats/effectifs).
Calculez la moyenne de ces réponses.
Déduisez-en la fréquence approximative d'apparition du 2 sur 1000 expériences.
Essayez maintenant de trouver une fraction correspondant à cette moyenne.

Étape 2 : preuve



Notons P un « pile » et F un « face ».
Alors la notation (P ; F ; P) désigne un des résultats possibles (une éventualité) de trois lancers.
Combien d'éventualités y a-t-il en tout ?
Combien d'éventualités correspondent au problème posé ?
Conclure.

Second problème (source : APMEP de Grenoble)

On lance un dé.

Si le 6 sort, le lièvre gagne.

Sinon, la tortue avance d'une case.

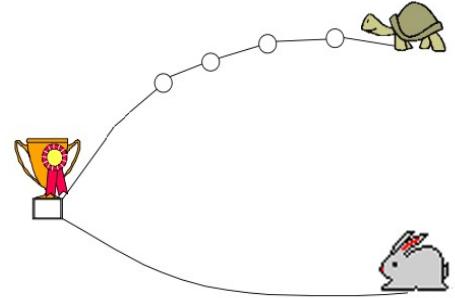
On continue jusqu'à ce qu'il y ait un gagnant.

Quelle est la situation la plus enviable, celle du lièvre ou celle de la tortue ?

On se contentera d'une simulation pour avoir une idée de la réponse.

Astuce : pour savoir si le nombre placé dans une cellule est strictement positif, on utilise $=\text{NB.SI}(cellule; ">0")$

Pour les plus forts : trouver la probabilité que la tortue gagne.



Bonus (pour les plus rapides)

Un forain décide d'organiser un jeu de hasard et se demande s'il sera rentable ou pas.

Voici son idée :

- on prend au hasard une boule dans une boîte contenant dix boules numérotées de 0 à 9 et on note son numéro, puis on remet cette boule dans la boîte ;
- on prend encore une boule, qui peut être la même que précédemment et on la remet dans la boîte ;
- on procède à un troisième tirage.

Un joueur gagne si la somme des trois chiffres dépasse 15.

Utilisez le tableur pour réaliser une simulation de 2000 tirages de ce loto et pour faire apparaître le nombre de fois où le joueur a gagné, ainsi que la fréquence correspondante.

Actualisez plusieurs fois (avec Ctrl Maj F9) pour avoir une idée de la probabilité recherchée.

Le forain a-t-il intérêt à organiser ce jeu ?