

Algorithmique 3 : Les fonctions en Python

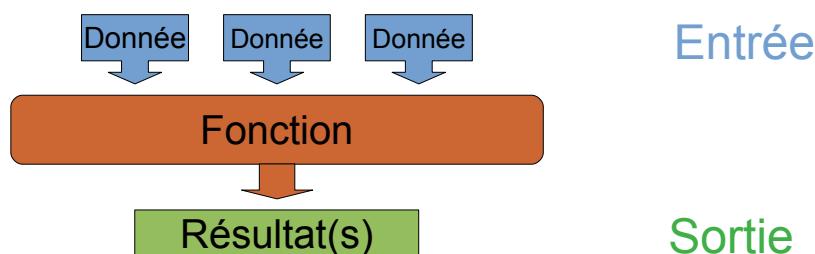
Nous avons déjà utilisée des fonctions prédéfinies dans Python : `print` et `input`.

Voyons maintenant comment fabriquer nos propres fonctions.

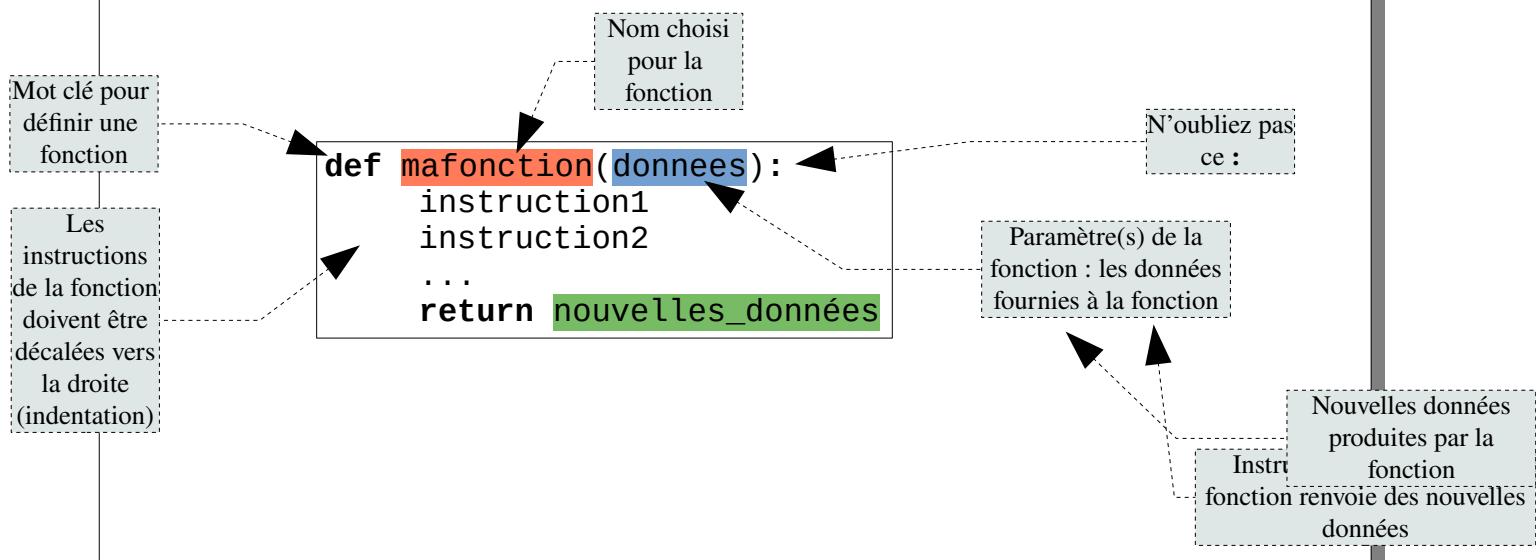


Une fonction en Python est en fait... un programme !

Elle reçoit donc des données en entrée et produit un résultat (affichage, dessin, nouvelles données) en sortie.



Pour **définir** une fonction en Python, il faut utiliser le mot clé `def`.



Un programme bien écrit est découpé en plusieurs fonctions (plusieurs sous-programmes).

Exercice I : définition et appel d'une fonction

1°) Reprenons le programme de l'exercice II de la série Algorithmique 2 :

<pre>y = x + 2 z = y**3 a = z**2 print(a)</pre>	Ce programme (appelons-le <code>mafonction</code>) a besoin d'une valeur pour la variable <code>x</code> en entrée et nous voulons récupérer <code>a</code> en sortie. En entrée : une valeur de <code>x</code> → mafonction → En sortie : la valeur de <code>a</code> correspondante
---	--

Entrez ce programme dans l'éditeur :

```
def mafonction(x):
    y = x + 2
    z = y*3
    a = z**2
    return a
```

2°) Exécutez votre programme. Rien ne se passe, c'est normal !

Nous avons défini une fonction, il faut maintenant **l'appeler** (l'exécuter). Pour cela, tapez ceci dans la console Python puis validez avec OK :

```
>>> mafonction(5)
```

La touche permet d'éviter de taper le nom de la fonction

pour demander l'exécution de la fonction « `mafonction` » avec comme valeur 5 pour x .

Vérifiez les valeurs obtenues dans le tableau de l'exercice II (astuce : utilisez la flèche vers le haut).

3°) La valeur renvoyée par la fonction peut être récupérée dans une variable. Essayez ceci :

```
>>> a = mafonction(5)
>>> b = mafonction(7)
>>> a + b
```

 Ne confondez pas *définition* et *appel* d'une fonction :

- définir une fonction (avec `def mafonction(...)`) : l'enregistrer dans la mémoire de la calculatrice, dans un fichier de mon ordinateur ;
- appeler une fonction (avec `mafonction(...)`) : l'exécuter en lui fournissant les données dont elle a besoin.

Exercice II : hypoténuse

Nous voulons écrire une fonction donnant la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle.

1°) Combien de nombres y a-t-il en entrée de la fonction ? Et en sortie de la fonction ?

2°) Complétez ce programme^(*) :

```
def hyp(.....):
    res = .....
    return .....
```

^(*) quelques indications :

- s'il y a plusieurs valeurs en entrée, les séparer par une virgule (qui est sur la 5^{ème} touche de la 2^{ème} ligne) ;
- la racine carrée s'écrit `sqrt()`, par exemple, la racine carrée de 3 s'écrit `sqrt(3)`.

3°) Entrez ce programme dans la calculatrice et testez la fonction avec les valeurs suivantes :

Côtés de l'angle droit	1 et 1	3 et 4	$\sqrt{5}$ et 2	33 et 56	16 et 63
Longueur ^(**) de l'hypoténuse					

^(**) approximative...

Exercice III : distance entre deux points

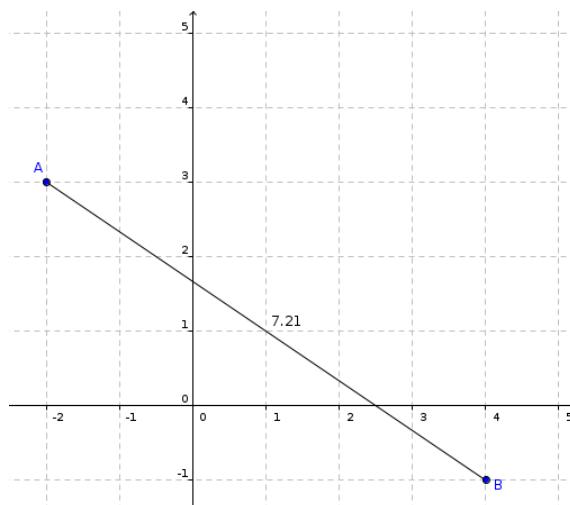
Pour calculer la distance entre deux points A et B (dans un repère orthonormé) nous avons besoin de leurs coordonnées.

Nous pouvons alors calculer les deux coordonnées du vecteur \vec{AB} puis la norme de ce vecteur.

1°) Complétez cette fonction (utilisez la fonction `hyp` de l'exercice IV) :

```
def dist(xA, xB, yA, yB):  
    X = .....  
    Y = .....  
    n = .....  
    return .....
```

2°) Ajoutez cette fonction dans la calculatrice, dans le script de l'exercice IV, et testez la fonction avec les points suivants :



3°) Ajoutez une fonction qui renvoie les coordonnées du milieu d'un segment puis testez-là avec les deux points ci-dessus (pensez à vérifier votre réponse avec le graphique).

Exercice IV

Soient trois points A, B, C dont les coordonnées sont connues dans un certain repère.

1°) Écrivez un algorithme en pseudo-code qui, à partir des coordonnées de ces trois points, donne les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

2°) Traduisez le en programme que vous entrerez dans votre calculatrice.

Testez-le avec les points suivants : $A (-1 ; 3)$, $B (2 ; -3)$, $C (4 ; 2)$.

Exercice V

<p>Problème d'Al-Khwarizmi tiré de « <i>Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wa al-Muqâbala</i> » (vers 825)</p> <p>فَإِنَّ الْأَمْوَالَ وَالجُنُورَ الَّتِي تَعْدُلُ الْعَدْدَ فَمِنْ قَوْلِك</p> <p>مال وعشرة أَجْذَارَه يَعْدُلُ تَسْعَةً وَثَلَاثَيْنَ دِرْهَمًا وَمِنْهَا مَا لَمْ يَأْذُدْ عَلَيْهِ مِثْلُ</p> <p>عَشْرَةَ أَجْذَارَه بَلْغَ ذَلِكَ كَمَّهُ تَسْعَةً وَثَلَاثَيْنَ . فَبِأَبَدٍ⁽³⁾ أَنْ تَنْصُفَ الْأَجْذَارَ وَهِيَ فِي</p> <p>هَذِهِ الْمُسْتَدَلَّةِ خَمْسَةٌ فَتَضَرِّبُهَا فِي مِثْلِهَا فَتَكُونُ خَمْسَةً وَعِشْرِينَ فَتَرِيدُهَا عَلَى التَّسْعَةِ</p> <p>وَالثَّلَاثَيْنَ فَتَكُونُ أَرْبَعَةَ وَسِتَّينَ فَتَأْخُذُ جَذْرَهَا وَهُوَ مُنْعَيْنَةٌ فَتَنْقُصُ مِنْهُ نَصْفُ</p> <p>الْأَجْذَارِ هُوَ خَمْسَةٌ فَيَقْبَلُ ثَلَاثَةٌ وَهُوَ جَذْرُ الْمَالِ الَّذِي تَرِيدُ وَالْمَالُ تَسْعَةٌ .</p>	<p>Son nom est à l'origine du mot « algorithme » !</p> <p>Ce terme est devenu « algèbre » en français !</p> <p>« Un bien et dix de ses racines égalent trente-neuf dirhams ».</p> <p>En termes modernes : trouver le nombre x tel que $x^2 + 10x = 39$.</p>
<p>« Son procédé de résolution consiste à diviser les racines par deux, et c'est cinq dans ce problème.</p> <p>Tu le multiplies par lui-même et ce sera vingt-cinq.</p> <p>Tu l'ajoutes à trente-neuf. Cela donnera soixante-quatre.</p> <p>Tu prends alors sa racine carrée qui est huit</p> <p>et tu en retranches la moitié [du nombre] des racines qui est cinq.</p> <p>Il reste trois et c'est la racine que tu cherches et le carré est neuf. » (source : http://trucsmaths.free.fr/alkhwarizmi.htm)</p>	<p>$10 \div 2 = 5$</p> <p>$5 \times 5 = 25$</p> <p>$25 + 39 = 64$</p> <p>$\sqrt{64} = 8$</p> <p>$8 - 5 = 3$</p> <p>Donc $x = 3$.</p>

Vérifions cela : $3^2 + 10 \times 3 = 39$ effectivement.

1°) Écrire un algorithme correspondant à la résolution de l'équation $x^2 + px = q$ par la méthode d'Al-Khwarizmi (pensez à bien stocker les résultats au fur et à mesure dans des variables).

2°) Traduisez l'algorithme en une fonction Python.

3°) Utilisez cette fonction pour trouver une solution de chacune des équations suivantes :

a) $x^2 + 4x = 12$ b) $x^2 - 2x - 15 = 0$ c) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Remarque : l'algorithme d'Al-Khwarizmi ne donne qu'une solution alors qu'il y en a parfois deux.

En dehors de sa méthode de résolution des équations du second degré, c'est grâce à Al-Khwarizmi que nous utilisons le système décimal positionnel inventé par les indiens (eux-mêmes inspirés par les chinois ?) ainsi que les techniques algébriques utiles à la résolution d'équation.

