Corrigé du Devoir maison n°6

Exercice I

Barème
Total 8pts
1) 1pts
2) 2pts
3) 1pts
4) 1pts
5)a) 1pts
b) 2pts

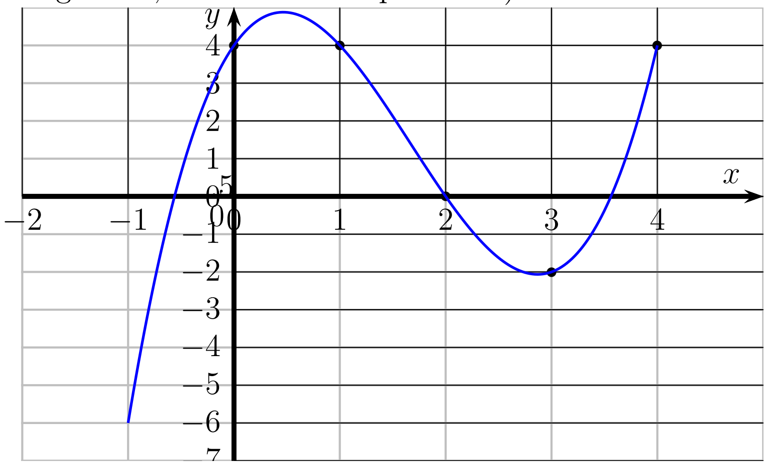
1°) L'image de 1 est $f(1) = 1^3 - 5 \times 1^2 + 4 \times 1 + 4 = 1 - 5 + 4 + 4 = 4$.
L'image de 3 est $f(3) = 3^3 - 5 \times 3^2 + 4 \times 3 + 4 = 27 - 45 + 12 + 4 = -2$.

2°) Il faut x soit dans l'ensemble de définition $[-1\,;\,4]$ et que $f(x) = y$.
Pour A : $x_A = 1 \in [-1\,;\,4]$ et $f(x_A) = f(1) = 4 \neq y_A$ donc $A \notin \mathscr{C}_f$.
Pour B : $x_B = 3 \in [-1\,;\,4]$ et $f(x_B) = f(3) = -2 = y_B$ donc $B \in \mathscr{C}_f$.
Pour C : $x_C = -2 \notin [-1\,;\,4]$ donc $C \notin \mathscr{C}_f$.
Pour D : $x_D = 4 \in [-1\,;\,4]$ et $f(x_D) = f(4) = 4^3 - 5 \times 4^2 + 4 \times 4 + 4 = 64 - 80 + 16 + 4 = 4 = y_D$ donc $D \in \mathscr{C}_f$.

3°) Vous pouviez utiliser la fonction Tableau de votre calculatrice.

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-6	4	4	0	-2	4

4°) Il suffit de placer les points obtenus ci-dessus et de les relier (le calcul de l'image de 0,5 était ici aussi pertinent) :



5°) a) Il suffit de tracer une droite à 2 de hauteur et de lire les abscisses des points d'intersection avec la courbe, ici $\boxed{x \simeq -0{,}3 \text{ ou } x \simeq 1{,}5 \text{ ou } x \simeq 3{,}8}$.

b) En zommant sur la courbe ou en faisant un tableau de valeurs plus précis (avec un pas de 0,01 entre -0.4 et -0.3 etc.), les antécédents de 2 sont $\boxed{x \simeq -0{,}34 \text{ ou } x \simeq 1{,}53 \text{ ou } x \simeq 3{,}81}$.

Exercice II

Barème
Total 5pts
P 1pts
Q 1pts
R 1pts
S 2pts

$P = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = \boxed{5\sqrt{2}}$;

$Q = \sqrt{147} = \sqrt{49 \times 3} = \sqrt{49} \times \sqrt{3} = \boxed{7\sqrt{3}}$;

$R = \sqrt{1575} = \sqrt{25 \times 9 \times 7} = \sqrt{25} \times \sqrt{9} \times \sqrt{7} = 5 \times 3 \times \sqrt{7} = \boxed{15\sqrt{7}}$;

$S = 3\sqrt{8} - 5\sqrt{288} = 3\sqrt{4 \times 2} - 5\sqrt{144 \times 2} = 3\sqrt{4} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{144} \times \sqrt{2}$
$= 3 \times 2 \times \sqrt{2} - 5 \times 12 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 60\sqrt{2} = \boxed{-54\sqrt{2}}$

Exercice III

Barème
Total 8pts
1) 0,5pts
2) 1pts
3) 1pts
4) 1,5pts
5) 1pts
6) 1pts
7) 1pts

1°) L'ensemble de définition D est l'ensemble des valeurs de x, c'est ici $\boxed{D = [-6\,;\,4]}$ pour les fonctions f et g.

2°) L'image de -2 par la fonction f est $f(-2) \simeq \boxed{1{,}5}$ (rappelez-vous que $f(x) = y$!). L'image de 1 est $f(1) \simeq \boxed{-4}$.

3°) Le(s) antécédent(s) par g du nombre 0 sont les nombres x tels que $g(x) = 0$. Comme $g(x) = y$, cela revient à dire que $y = 0$ sur la courbe de g, ce qui se produit quand $x = 2$: 0 a pour antécédent unique $\boxed{2}$ par g.

4°) $f(x) < 0$ veut dire $y < 0$ sur la courbe de f, ceci se produit quand $-6 \leq x < -5$ ou $-1{,}5 < x < 2$ donc $\boxed{S = [-6\,;\,-5[\ \cup\ ]-1{,}5\,;\,2[}$ (environ).

5°) $f(x) = 3$ veut dire $y = 3$ sur la courbe de f, ceci se produit quand $x \simeq -4{,}2$ ou $x \simeq -2{,}5$ donc $\boxed{S = \{-4{,}2; -2{,}5\}}$ (environ).

6°) $f(x) = g(x)$ quand les deux courbes se croisent, ceci se produit quand $x \simeq -4$ ou $x \simeq -2{,}5$ ou $x \simeq 2$ donc $\boxed{S = \{-4; -2{,}5; 2\}}$ (environ).

7°) $f(x) \geqslant g(x)$ quand la courbe de f est au dessus de celle de g, ceci se produit quand $-4 \leq x \leq -2{,}5$ ou $2 \leq x \leq 4$ donc $\boxed{S = [-4\,;\,-2{,}5] \cup [2\,;\,4]}$ (environ).